

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Цыбиков Бэлкто Батоевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 04.12.2022 16:47:17
Уникальный программный ключ:
056af948c3e48c6f3c571e429957a8a8b4957e8

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Бурятская государственная сельскохозяйственная академия
имени В.Р. Филиппова»

Экономический факультет

СОГЛАСОВАНО
Заведующий
выпускающей кафедрой
Менеджмент

Цыбиков Б.В.
уч. ст., уч. зв.
Цыбикова Д.Б.
ФИО
Цыбиков Б.В.
подпись
«04» декабря 2022 г.

УТВЕРЖДАЮ
Декан экономического
факультета

Цыбиков В.В.
уч. ст., уч. зв.
Балчинов В.С.
ФИО
В.С. Балчинов
подпись
«04» декабря 2022 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

дисциплины (модуля)

Б1.О.07 Математика
Направление подготовки
38.03.02 Менеджмент

Направленность (профиль)

Управление проектами государственно-частного партнерства
бакалавр

Обеспечивающая
преподавание дисциплины
кафедра

Разработчик (и)

Естественно-научные дисциплины

Цыбиков Б.В.
подпись
Ф. Филатов - уч. ст.
уч. ст., уч. зв.
Воскресенская Т.И.
И.О. фамилия

Внутренние эксперты:
Председатель методической
комиссии экономического
факультета

Заведующий методическим
кабинетом УМУ

Филатов Ф.
подпись
Цыбиков В.В.
уч. ст., уч. зв.
В.В. Цыбиков
И.О. фамилия
В.В. Захарова
И.О. фамилия

Улан – Удэ, 2022

ВВЕДЕНИЕ

1. Оценочные материалы по дисциплине (модулю) являются обязательным обособленным приложением к Рабочей программе дисциплины (модуля) и представлены в виде оценочных средств.

2. Оценочные материалы являются составной частью нормативно-методического обеспечения системы оценки качества освоения обучающимися указанной дисциплины (модуля).

3. При помощи оценочных материалов осуществляется контроль и управление процессом формирования обучающимися компетенций, из числа предусмотренных ФГОС ВО в качестве результатов освоения дисциплины (модуля).

4. Оценочные материалы по дисциплине (модулю) включают в себя:

- оценочные средства, применяемые при промежуточной аттестации по итогам изучения дисциплины (модуля).

- оценочные средства, применяемые в рамках индивидуализации выполнения, контроля фиксированных видов ВАРО;

- оценочные средства, применяемые для текущего контроля;

5. Разработчиками оценочных материалов по дисциплине (модулю) являются преподаватели кафедры, обеспечивающей изучение обучающимися дисциплины (модуля) в Академии. Содержательной основой для разработки оценочных материалов является Рабочая программа дисциплины (модуля).

1. ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗУЧЕНИЯ
учебной дисциплины (модуля) персональный уровень достижения которых проверяется
с использованием представленных в п. 3 оценочных материалов

Компетенции, в формировании которых задействована дисциплина		Код и наименование индикатора достижений компетенции	Компоненты компетенций, формируемые в рамках данной дисциплины (как ожидаемый результат ее освоения)		
код	наименование		знать и понимать	уметь делать (действовать)	владеть навыками (иметь навыки)
1		2	3	4	5
Общепрофессиональные компетенции					
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1 ук1 Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	возможные варианты решения задачи, методы оценки их достоинств и недостатков	находить возможные варианты решения задачи, оценивать их достоинства и недостатки	способностью рассматривать возможные варианты решения задачи, оценивать их достоинства и недостатки

2. РЕЕСТР
элементов оценочных материалов по дисциплине (модулю)

Группа оценочных средств	Оценочное средство или его элемент
	Наименование
1	2
1. Средства для промежуточной аттестации по итогам изучения дисциплины	Перечень вопросов к зачету
	Критерии оценивания
	Шкала оценивания
	Перечень экзаменационных вопросов
	Критерии оценки к экзамену
2. Средства для индивидуализации выполнения, контроля фиксированных видов (ВАРО)	Комплект заданий для самостоятельной работы обучающихся
	Критерии оценки самостоятельной работы обучающихся
	Шкала оценивания самостоятельной работы
3. Средства для текущего контроля	Комплект контрольных вопросов для проведения устных опросов
	Критерии оценки проведения устных опросов
	Комплект заданий для проверочных работ
	Шкала оценивания проверочных работ
	Комплект заданий для семинарских занятий
	Кейс задания
	Критерии оценки задания
	Шкала оценивания задания

3. Описание показателей, критериев и шкал оценивания компетенций в рамках дисциплины (модуля)

Код и название компетенции	Код индикатора достижений компетенции	Индикаторы компетенции	Показатель оценивания – знания, умения, навыки (владения)	Уровни сформированности компетенций				Формы и средства контроля формирования компетенций
				компетенция не сформирована	минимальный	средний	высокий	
				Оценки сформированности компетенций				
				2	3	4	5	
				Оценка «неудовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно»	Оценка «хорошо»	Оценка «отлично»	
				Характеристика сформированности компетенции				
			Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений и навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Критерии оценивания								
УК -1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1 ук-1	Полнота знаний	возможные варианты решения задачи, методы оценки их достоинств и недостатков	Не умеет находить возможные решения задачи, методы оценки их достоинств и недостатков	Не в полной мере умеет находить возможные решения задачи, методы оценки их достоинств и недостатков	умеет находить возможные решения задачи, методы оценки их достоинств и недостатков	В полной мере умеет находить возможные решения задачи, методы оценки их достоинств и недостатков	Перечень вопросов к зачету, перечень экзаменационных вопросов, комплект заданий и вопросов для самостоятельной работы обучающихся, критерии оценки самостоятельной работы обучающихся, шкала оценивания самостоятельной работы, комплект контрольных
		Наличие умений	находить возможные варианты решения задачи, оценивать их достоинства и недостатки	Не умеет находить возможные варианты решения задачи, оценивать их достоинства и недостатки	Не в полной мере умеет находить возможные варианты решения задачи, оценивать их достоинства и недостатки	Умеет находить возможные варианты решения задачи, оценивать их достоинства и недостатки	В полной мере умеет находить возможные варианты решения задачи, оценивать их достоинства и недостатки	
		Наличие навыков	способностью рассматривать возможные варианты решения	Не владеет способностью рассматривать возможные варианты	Не в полной мере владеет способностью рассматривать возможные варианты	Умеет способность рассматривать возможные варианты решения задачи, оценивать их достоинства и	В полной мере умеет способность рассматривать возможные	

		(владе ние опыто м)	задачи, оценивать их достоинства и недостатки	решения задачи, оценивать их достоинства и недостатки	решения задачи, оценивать их достоинства и недостатки	недостатки	варианты решения задачи, оценивать их достоинства и недостатки	вопросов для проведения устных опросов, критерии оценки проведения устных опросов, комплект заданий для проверочных работ, шкала оценивания проверочных работ, комплект заданий для семинарских занятий, кейс задания
--	--	------------------------------	---	--	---	------------	---	---

4. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения основной профессиональной образовательной программы

4.1. Типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

4.1.1. Средства для промежуточной аттестации по итогам изучения дисциплины

Нормативная база проведения промежуточной аттестации обучающихся по результатам изучения дисциплины: Б1.О.07 Математика	
1) действующее «Положение о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся ФГБОУ ВО Бурятская ГСХА»	
Основные характеристики промежуточной аттестации обучающихся по итогам изучения дисциплины (модуля)	
1	2
Основные характеристики промежуточной аттестации обучающихся по итогам изучения дисциплины	
1	2
Цель промежуточной аттестации -	установление уровня достижения каждым обучающимся целей и задач обучения по данной дисциплине, изложенным в п.2.2 настоящей программы
Форма промежуточной аттестации -	зачёт с оценкой
Место процедуры получения зачёта в графике учебного процесса	1) участие обучающегося в процедуре получения зачёта осуществляется за счёт учебного времени (трудоемкости), отведённого на изучение дисциплины 2) процедура проводится в рамках ВАРО, на последней неделе семестра
Основные условия получения обучающимся зачёта:	1) обучающийся выполнил все виды учебной работы (включая самостоятельную) и отчитался об их выполнении в сроки, установленные графиком учебного процесса по дисциплине
Процедура получения зачёта -	Представлены в оценочных материалах по данной дисциплине
Цель промежуточной аттестации -	установление уровня достижения каждым обучающимся целей обучения по данной дисциплине, изложенных в п.2.2 настоящей программы
Форма промежуточной аттестации -	экзамен
Место экзамена в графике учебного процесса:	1) подготовка к экзамену и сдача экзамена осуществляется за счёт учебного времени (трудоемкости), отведённого на экзаменационную сессию для обучающихся, сроки которой устанавливаются приказом по академии 2) дата, время и место проведения экзамена определяется графиком сдачи экзаменов, утверждаемым деканом факультета (директором института)
Форма экзамена -	Письменный
Процедура проведения экзамена -	представлена в оценочных материалах по дисциплине
Экзаменационная программа по учебной дисциплине:	1) представлена в оценочных материалах по дисциплине 2) охватывает разделы (в соответствии с п. 4.1 настоящего документа)
Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:	представлены в оценочных материалах по дисциплине

Перечень вопросов к зачету

1. Определитель n-го порядка. Основные свойства определителей. Минор и алгебраическое дополнение элемента определителя. (УК-1)
2. Понятие предела функции. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы. (УК-1)
3. Классическое определение вероятности. Основные свойства вероятности. (УК-1)
4. Матрицы и действия над ними. Элементарные преобразования над матрицами. Ранг матрицы. (УК-1)
5. Определение непрерывности функции в точке и на отрезке. Основные свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва функции. (УК-1)
6. Понятие случайного опыта, случайного события. Пространство элементарных исходов.
7. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера. (УК-1)
8. Определение производной функции в данной точке. Производная суммы, произведения, частного двух функций. Производная сложной функции. (УК-1)
9. Определение события. Достоверное и невозможное события. Операции над событиями.
10. Матричный метод решения системы линейных уравнений. (УК-1)
11. Геометрический смысл производной. Механический смысл первой и второй производной функции. (УК-1)
12. Теорема сложения вероятностей для несовместных и совместных событий. (УК-1)
13. Решения системы линейных уравнений методом Гаусса. (УК-1)

14. Производная функции, заданной: а) параметрически; б) неявно. Метод логарифмического дифференцирования функций (УК-1).
15. Определение условной вероятности. Теорема умножения вероятностей. (УК-1)
16. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении, пополам. Формулы для координат точки центра треугольника. (УК-1)
17. Первообразная функции. Неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Простейшие свойства неопределенного интеграла. (УК-1)
18. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
19. Уравнения прямой: а) проходящей через заданную точку в заданном направлении; б) проходящей через две заданные точки г) в отрезках (УК-1).
20. Замена переменной в неопределенном интеграле. (УК-1)
21. Схема Бернулли: повторные независимые испытания. Формула Бернулли. (УК-1)
22. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. (УК-1)
23. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. (УК-1)
24. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. (УК-1)
25. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола и парабола. Канонические уравнения этих линий. (УК-1)
26. Интегрирование простейших рациональных дробей. (УК-1)
27. Дискретные случайные величины. Закон распределения. (УК-1)
28. Определение вектором. Линейные операции над векторами и их свойства. Правила суммы двух и более векторов. Модуль вектора. Направляющие косинусы вектора.
29. Скалярное произведение двух векторов и его свойства. Угол между двумя векторами.
30. Векторное произведение двух векторов и его свойства. Выражение векторного произведения через координаты векторов-сомножителей. (УК-1)
31. Определенный интеграл и его свойства. Геометрический и механический смысл определенного интеграла. (УК-1)
32. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства. (УК-1)
33. Условия коллинеарности, перпендикулярности двух и компланарности трех векторов.
34. Геометрические приложения определенного интеграла. (УК-1)

Перечень экзаменационных вопросов

1. Матрицы, действия с ними. Определители второго и третьего порядков, их свойства и методы вычисления. (УК-1)
2. Обратная матрица. Ранг матрицы. (УК-1)
3. Системы линейных уравнений и методы их решения. (УК-1)
4. Векторы. Линейные операции над векторами. (УК-1)
5. Проекция. (УК-1)
6. Произведения векторов и их приложения. (УК-1)
7. Системы координат: декартова и полярная. (УК-1)
8. Уравнение линии на плоскости. (УК-1)
9. Уравнение прямой на плоскости. (УК-1)
10. Кривые второго порядка. (УК-1)
11. Уравнение прямой и плоскости в пространстве. (УК-1)
12. Множества. Операции над множествами. (УК-1)
13. Функции одной переменной. (УК-1)
14. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. (УК-1)
15. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. (УК-1)
16. Дифференцируемость функции и ее связь с непрерывностью. (УК-1)
17. Дифференциал функции, его свойства. (УК-1)
18. Основные теоремы о дифференцируемых функциях. (УК-1)
19. Исследование функции и построение графика. (УК-1)
20. Первообразная и неопределенный интеграл. (УК-1)
21. Свойства неопределенных интегралов. (УК-1)
22. Методы интегрирования. (УК-1)
23. Интегрирование дробно-рациональных функций. (УК-1)
24. Интегрирование тригонометрических функций. (УК-1)
25. Определенный интеграл, его свойства. (УК-1)
26. Геометрические приложения определенного интеграла. (УК-1)

4.1.2. Средства
для индивидуализации выполнения, контроля фиксированных видов ВАРО

Комплект заданий и вопросов для самостоятельной работы обучающихся

Тема: Матрицы. Действия над матрицами.

Вопросы:

1. Определение матрицы. Виды матриц.
2. Умножение матрицы на число. Алгебраическая сумма матриц.
3. Транспонирование матриц.
4. Умножение матриц. Не коммутативность произведения.

Задачи:

Умножение матриц

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 10 & 3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix}; (1 \quad -3 \quad 2) \cdot \begin{pmatrix} 4 & 6 & 7 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix} = (7 \quad -2 \quad 6);$$

5. Для заданной матрицы A вычислить $E + A + A^2 + A^3$:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Тема: Определители.

Вопросы:

1. Определители второго порядка.
2. Определители третьего порядка. Правило треугольников. Правило Сарруса.
3. Применение основных свойств вычисления определителей для квадратных матриц произвольной размерности.
4. Алгебраические дополнения. Формула Лапласа.

Задачи:

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 10; \quad 2) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3; \quad 3) \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0; \quad 4) \begin{vmatrix} 7 & 0 & 7 \\ 5 & -1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 7; \quad 5) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \\ 4 & 6 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определители

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 9 & -7 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -8; \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 6; \quad \text{с) } \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ 3 & 3 & 5 \end{vmatrix} = 71;$$

Тема: Обратная матрица. Ранг матрицы

Вопросы:

1. Обратная матрица. Корректность постановки задачи. Алгоритм построения.
2. Главный минор матрицы. Ранг матрицы.
3. Вычисление ранга: метод элементарных преобразований; метод окаймляющих миноров.
4. Обратная матрица. Алгоритм поиска.

Задачи:

1. Найти обратные матрицы

$$3) A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}; \quad 4) A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 10 & 12 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix};$$

2. Используя обратную матрицу, найти неизвестную матрицу X из матричного уравнения.

$$4) X \cdot \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 11 & 3 \\ 1 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & 16 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тема: Решение систем линейных уравнений Понятие решения системы линейных алгебраических уравнений.

1. Матричный метод решения.
2. Формулы Крамера.

Решить системы уравнений матричным методом и по формулам Крамера.

$$5) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases} x = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad 6) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 8 \end{cases} x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix};$$

$$7) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 14 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases} x = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}; \quad 8) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases} x = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Тема: Прямая линия на плоскости

Вопросы:

1. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
3. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
4. Уравнение прямой в отрезках.
5. Нормальное уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку перпендикулярно известному вектору.
6. Общее уравнение прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
7. Расстояние от точки до прямой.
1. Общее уравнение плоскости. Исследование общего уравнения.
2. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно вектору.
3. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
4. Взаимное расположение плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.
5. Уравнения прямой линии в пространстве: прямая как линия пересечения плоскостей, векторное уравнение прямой, параметрические уравнения прямой, канонические уравнения прямой, уравнения прямой, проходящей через две данные точки.
6. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Задачи:

1. Вычислить взаимное расположение следующих пар прямых:
 - a. $6x - 15y + 7 = 0$ и $10x + 4y - 1 = 0$ $\{\perp\}$
 - b. $5x - 7y - 4 = 0$ и $3x + 2y - 13 = 0$ $\{\times\}$
 - c. $x - 2y + 1 = 0$ и $2x - 4y - 1 = 0$ $\{\square\}$.

7. Найти расстояние от точки $M_0(2;-1)$ до прямой $3x + 4y - 22 = 0$. Определить координаты проекции точки на данную прямую. $\{d = 4\}$.
8. Дан $\square ABC$ с вершинами $A(1;0)$, $B(2;3)$, $C(3;1)$. Вычислить длину перпендикуляра BD , опущенного из вершины B на сторону AC . $\{\sqrt{5}\}$.
9. Составить уравнения двух прямых, проходящих через точку $A(2;1)$, одна из которых параллельна прямой $3x - 2y + 2 = 0$, а другая перпендикулярна этой прямой.
 $\{/3x - 2y - 4 = 0, /2x + 3y - 7 = 0/\}$.
10. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;3)$: а) параллельно оси Ox ; б) параллельно оси Oy ; в) составляющей с осью абсцисс угол 45° . $\{y = 3, x = 2, y = x + 1\}$.
11. Составить уравнения прямых, проходящих через точку пересечения прямых $2x - 3y + 1 = 0$ и $3x - y - 2 = 0$ параллельно и перпендикулярно прямой $y = x + 1$.
 $\{/x - y = 0, /x + y - 2 = 0/\}$.
12. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1;-3;-2)$ параллельно плоскости $3x - 2y + 4z - 3 = 0$.
 $\{3x - 2y + 4z - 1 = 0\}$

Тема: Предел функции. Основные теоремы о пределах. Методы раскрытия неопределенностей при вычислении пределов

Вопросы:

1. Предел функции в точке по Коши.
2. Основные теоремы о пределах. Основные приемы раскрытия неопределенностей.
3. Бесконечно большие и бесконечно малые функции.

Задачи:

Вычислить следующие пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3}{x^2-1}$	Ответ: ∞	19. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-4x-5}{x^2-25}$	Ответ: $3/5$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7}{x^2+4}$	Ответ: 0	20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}$	Ответ: 0
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x+4} + \frac{3}{x+2}\right)$	Ответ: 1	21. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+1}{x^3-x}$	Ответ: 0
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{1-2n}$	Ответ: -	22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{\sqrt{x-1}-1}$	Ответ: $1/2$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3-1}{x^2+1}$	Ответ: ∞	23. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3+27}{2x^2+5x-3}$	Ответ: $-27/7$

Тема: Замечательные пределы. Эквивалентность бесконечно больших и бесконечно малых функций. Непрерывность функций. Точки разрыва, их классификация

Вопросы:

1. Первый замечательный предел.
2. Второй замечательный предел.
3. Использование эквивалентности функций при вычислении пределов.
4. Непрерывность функций.
5. Точки разрыва, их классификация.

Задачи:

Вычислить следующие пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x \cdot \sin^2 x}$ Ответ: $\frac{1}{2}$	2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^x$ {1}	3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{2}\right)^{7/x}$ Ответ: $e^{7/2}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^{2x}$ Ответ: e^{-2}	5. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+3x}{2+5x}\right)^{\frac{1}{x}}$ $\{e^{-1}\}$	6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x^2+x^3}{x^2-3x+4}$ Ответ: ∞

Тема: Производная. Основные правила дифференцирования. Методы дифференцирования. Производные сложных, неявных функций.

Вопросы:

1. Техника дифференцирования. Производная функции в точке.
2. Дифференцирование неявно заданной функции.
3. Уравнение касательной к графику функции в заданной точке.
4. Логарифмическое дифференцирование.
5. Производная параметрически заданных функций.

Задачи:

1. Найти производные функций и вычислить их значение при $x=x_0$:

$$1. y(x) = \sqrt{1 + \ln^2(x)}, \quad x_0 = 1; \quad 2. y(x) = \ln \sqrt[4]{\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x}}, \quad x_0 = 0.$$

2. Найти производные функций:

$$1) y(x) = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + 4; \quad 2) y(x) = x^4 (8 \ln^2 x - 4 \ln x + 1);$$

$$3) y(x) = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x}; \quad 4) y(x) = e^{\arcsin x};$$

3. Геометрическое приложение производной:

- 1) В каких точках касательная к графику функции $y = 2x - \frac{x^2}{2}$ образует с осью Ox угол в 135° .
- 2) Дана кривая $y = \frac{x^2}{4} - x$. Составить уравнения касательных, проходящих через т. (2; -5).
- 3) Найдите касательную к графику функции $y = \ln(x)$ такую, чтобы она проходила через начало координат.
- 4) Написать уравнения тех касательных графику функции $y = \frac{x^3}{3} - 2$, которые параллельны прямой $y = x - 3$.
- 5) При каком значении p касательная к графику функции $y = x^3 - px$ в точке $x = 1$ проходит через точку (2; 3).

Тема: Основные теоремы дифференциального исчисления. Дифференциал функции. Правило Лопиталю

Вопросы:

1. Теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши.
2. Дифференциал функции.
3. Приложение дифференциала в приближенных вычислениях.
4. Правило Лопиталю – Бернулли раскрытия неопределенностей вида $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$.

Задачи:

1. Используя приложение дифференциала вычислить приближенно значение функции:

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$$

1) $\sqrt[4]{16,64}$;	6) $\ln(e + 0,272)$;
------------------------	-----------------------

2) $e^{1,03}$;	7) $f(2,01)$, где $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$;
3) $\sqrt[5]{255,15}$;	8) $f(x) = \sqrt{1+x^2}$, $x=0$, $\Delta x = -0,01$.

2. Вычислить пределы, используя правило Лопиталья – Бернулли раскрытия неопределенностей вида

$$\left[\frac{0}{0}\right], \left[\frac{\infty}{\infty}\right]: \quad \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

1) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{2x^2 + 5x - 3} = -\frac{27}{7}$	6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x}{x^4 - 3x^2 + 1} = 0$	7) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 6}{x^3 + 8} = \frac{1}{4}$
2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{6 - x - x^2} = -\frac{1}{5}$	8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 5x + 1}{3x - x^2 - 2} = 3$	9) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x}\right)^{\sin x} = 1$

Тема: Исследование функции с помощью производной.

Вопросы:

1. Исследование функции на монотонность и экстремумы.
2. Определение наибольшего и наименьшего значений функции на заданном отрезке.
3. Определение интервалов выпуклости. Точки перегиба.

Задачи:

1. Исследовать на монотонность и найти экстремумы функции:

1) $y(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 4$;	2) $y(x) = \ln(2 - \cos x)$;
3) $y(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$;	4) $y(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на указанном интервале:

1. $y(x) = 3x^2 - 6x$, $[0;3]$;	5. $y(x) = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}$, $[1;6]$;
2. $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 2x)^2}$, $[0;3]$;	6. $y(x) = x + \frac{1}{x}$, $(0;+\infty)$.

3. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости функции:

1) $y(x) = e^{-x^2}$;	4) $y(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.
------------------------	---------------------------------------

Тема: Неопределенный интеграл.

Вопросы:

1. Табличное интегрирование. Основные правила интегрирования. Метод разложения.
2. Подведение под знак дифференциала.
3. Интегрирование методом подстановки.
4. Формула интегрирования по частям.

Задачи:

1. Вычислить интегралы, используя таблицу:

1) $\int \frac{(x^2 - 16)dx}{\sqrt{x} + 2}$;	2) $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx$;
---	-----------------------------------

3) $\int tg^2 x dx;$	4) $\int \frac{x^4 dx}{x^2 - 1}.$
----------------------	-----------------------------------

2. Вычислить интегралы, используя метод подстановки [замену переменной].

$$\int f(x)dx = \int f(\phi(t))\phi'(t)dt$$

1) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-5}};$	2) $\int x\sqrt{2-x}dx;$
3) $\int \frac{\ln x dx}{x};$	4) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}};$
5) $\int \frac{dx}{\cos^4 x};$	6) $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{3-\cos^4(x)}};$
7) $\int \sin^4 x dx;$	8) $\int \frac{dx}{(1+x^2)^2}$ (подстановка $x = tg t$).

3. Найти интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

1) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx;$	2) $\int x \sin \sqrt{x} dx;$
3) $\int \ln^2 x dx;$	4) $\int \frac{x \cos x dx}{\sin^3 x};$
5) $\int (x^2 - 4x + 1)e^{-x} dx;$	6) $\int \arctg x dx$

Тема: Определенный интеграл.

Вопросы:

1. Вычисление определенного интеграла.
2. Формула Ньютона-Лейбница.
3. Интегрирование подстановкой.
4. Формула интегрирования по частям.

Задачи:

1. Используя формулу Ньютона – Лейбница $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, вычислить следующие определенные интегралы, при необходимости используя подстановку:

1) $\int_1^5 \frac{xdx}{x^2+1}$	9) $\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{x^4+x^2+1}} = \frac{1}{2} \ln \frac{3+2\sqrt{3}}{2}$
2) $\int_0^2 x\sqrt{9-\frac{9}{4}x^2} dx$	10) $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt{x+1}} = 2\ln 2 - 1$
3) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{4x-2} dx$	11) $\int_0^3 x^2\sqrt{9-x^2} dx = \frac{81}{16} \pi$

2. Используя формулу интегрирования по частям $\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du$, вычислить:

1) $\int_0^1 (\arcsin x)^2 dx = \frac{\pi^2 - 8}{4}$	6) $\int_0^9 e^{\sqrt{x}} dx = 4e^3 + 2$
--	--

$2) \int_0^{0,2} x e^{5x} dx = 0,04$	$7) \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \sin \sqrt{x} dx = 2$
--------------------------------------	--

Критерии оценивания:

- правильность выполнения заданий;
- степень усвоения теоретического материала;

Шкала оценивания самостоятельной работы

Баллы для учета в рейтинге (оценка)	Степень удовлетворения критериям
86-100 баллов «отлично»	Выполнены все задания,
71-85 баллов «хорошо»	Выполнены все задания;
56-70 баллов «удовлетворительно»	Выполнены все задания с замечаниями;
менее 56 баллов «неудовлетворительно»	Обучающийся не выполнил или выполнил неправильно задания;

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

5.1. Критерии оценки к экзамену:

Оценка «отлично» (86-100 баллов) ставится обучающемуся, обнаружившему систематические и глубокие знания учебно-программного материала, умения свободно выполнять задания, предусмотренные программой в типовой ситуации (с ограничением времени) и в нетиповой ситуации, знакомство с основной и дополнительной литературой, усвоение взаимосвязи основных понятий дисциплины в их значении приобретаемой специальности и проявившему творческие способности и самостоятельность в приобретении знаний. Студент исчерпывающим образом ответил на вопросы экзаменационного билета. Задача решена правильно, студент способен обосновать выбранный способ и пояснить ход решения задачи.

Оценка «хорошо» (71-85 баллов) ставится обучающемуся, обнаружившему полное знание учебно-программного материала, успешное выполнение заданий, предусмотренных программой в типовой ситуации (с ограничением времени), усвоение материалов основной литературы, рекомендованной в программе, способность к самостоятельному пополнению и обновлению знаний в ходе дальнейшей работы над литературой и в профессиональной деятельности. При ответе на вопросы экзаменационного билета студентом допущены несущественные ошибки. Задача решена правильно или ее решение содержало несущественную ошибку, исправленную при наводящем вопросе экзаменатора.

Оценка «удовлетворительно» (56-70 баллов) ставится обучающемуся, обнаружившему знание основного учебно-программного материала в объеме, достаточном для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, знакомство с основной литературой, рекомендованной программой, умение выполнять задания, предусмотренные программой. При ответе на экзаменационные вопросы и при выполнении экзаменационных заданий обучающийся допускает погрешности, но обладает необходимыми знаниями для устранения ошибок под руководством преподавателя. Решение задачи содержит ошибку, исправленную при наводящем вопросе экзаменатора.

Оценка «неудовлетворительно» (менее 56 баллов) ставится обучающемуся, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, слабые побуждения к самостоятельной работе над рекомендованной основной литературой. Оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании академии без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

5.2. Критерии оценки к зачету:

зачет (86-100 баллов) ставится обучающемуся, обнаружившему систематические и глубокие знания учебно-программного материала, умения свободно выполнять задания, предусмотренные

программой в типовой ситуации (с ограничением времени) и в нетиповой ситуации, знакомство с основной и дополнительной литературой, усвоение взаимосвязи основных понятий дисциплины в их значении приобретаемой специальности и проявившему творческие способности и самостоятельность в приобретении знаний.

зачет (71-85 баллов) ставится обучающемуся, обнаружившему полное знание учебно-программного материала, успешное выполнение заданий, предусмотренных программой в типовой ситуации (с ограничением времени), усвоение материалов основной литературы, рекомендованной в программе, способность к самостоятельному пополнению и обновлению знаний в ходе дальнейшей работы над литературой и в профессиональной деятельности.

зачет (56-70 баллов) ставится обучающемуся, обнаружившему знание основного учебно-программного материала в объеме, достаточном для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, знакомство с основной литературой, рекомендованной программой, умение выполнять задания, предусмотренные программой.

незачет (менее 56 баллов) ставится обучающемуся, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, слабые побуждения к самостоятельной работе над рекомендованной основной литературой. Оценка «неудовлетворительно» ставится обучающимся, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании академии без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

6. Оценочные материалы для организации текущего контроля успеваемости обучающихся

Форма, система оценивания, порядок проведения и организация *текущего контроля успеваемости* обучающихся устанавливаются Положением об организации текущего контроля успеваемости обучающихся.

Комплект контрольных вопросов для проведения устных опросов

Раздел «Линейная алгебра»

1. Что называется определителем n -го порядка? Каковы основные свойства определителей?
2. Что называется минором и алгебраическим дополнением элемента определителя?
3. Что называется матрицей и расширенной матрицей системы линейных уравнений? Какие виды матриц Вы знаете?
4. Как выполняются действия (умножение на число, сложение, умножение, транспонирование) на матрицами?
5. Какие преобразования над матрицами называются элементарными?
6. Что называется рангом матрицы? Каковы его свойства и как он определяется?
7. Что называется обратной матрицей? Как она находится?
8. Напишите формулы Крамера. В каком случае они применимы?
9. В чем состоит матричный метод решения системы линейных уравнений?
10. В чем состоит метод последовательного исключения неизвестных (Гаусса) решения системы линейных уравнений?
11. Сформулировать теорему Кронекера-Капели.
12. При каком условии система линейных уравнений имеет нулевое, единственное решение, множество решений и ни одного решения?
13. Какая система линейных алгебраических уравнений называется: а) совместной; б) несовместной; в) определенной; г) неопределенной; д) однородной е) неоднородной?

Раздел «Аналитическая геометрия»

1. Как определяются декартовы координаты точки на плоскости?
2. Чем отличаются координаты двух точек, симметричных относительно: а) оси ОХ; оси ОУ; в) начала координат?
3. Как вычислить расстояние между двумя заданными точками?
4. Как найти координаты середины отрезка?
5. Выведите формулы для координат точки деления отрезка в данном отношении.
6. Выведите формулы для координат точки центра треугольника.
7. Дайте определение уравнения линии на плоскости
8. Что такое угловой коэффициент прямой?
9. Уравнение прямой с угловым коэффициентом?
10. Как найти координаты точки пересечения двух линий на плоскости, заданных своими уравнениями?
11. Как определяется угол между двумя прямыми? Вывести формулу.
12. Как выглядит условие параллельности и перпендикулярности двух прямых?

13. Вывести уравнения прямой: а) с угловым коэффициентом б) проходящей через заданную точку в заданном направлении в) проходящей через две заданные точки г) в отрезках
14. Сформулируйте определение окружности, эллипса, гиперболы, параболы. Каковы канонические уравнения этих линий?
15. Что называется эксцентриситетом эллипса и гиперболы и какие значения он может для каждой из этих линий?
16. Что называется асимптотами гиперболы? Записать их уравнения.
17. Какое соотношение имеет место между фокусным расстоянием, большой и малой полуосью эллипса, между фокусным расстоянием, действительной и мнимой полуосью у гиперболы?
18. Как задается полярная система координат?
19. Какая существует связь между декартовыми и полярными координатами точки?
20. Что называется вектором? Как определяется его модуль?

Раздел «Введение в математический анализ»

1. Что называется множеством? Какие операции можно выполнять над множествами?
2. Что называется областью ее определения. Функции?
3. Что такое переменная величина? Привести примеры. Сформулируйте определение функции.
4. Какие способы задания функции Вы знаете?
5. Какие функции называются элементарными?
6. Сформулируйте понятие предела: а) переменной величины; б) функции
7. Докажите основные теоремы о пределах.
8. Какие величины называются: а) бесконечно малыми; б) бесконечно большими? Какими свойствами они обладают? Какова связь между ними?
9. Как записываются первый и второй замечательные пределы? Как они применяются?
10. Дайте определение непрерывности функции в точке и на отрезке.
11. Укажите основные свойства непрерывных функций.
12. Приведите классификацию точек разрыва функции.

Раздел «Дифференциальное исчисление»

1. Сформулируйте определение производной функции в данной точке.
2. Каков геометрический смысл производной?
3. Каков физический смысл производной?
4. Что называется касательная к кривой?
5. Уравнение касательной
6. Каков механический смысл первой и второй производной функции?
7. Каковы правила вычисления производной суммы, произведения, частного двух функций? Выведите формулы.
8. Докажите теорему о нахождении производной сложной функции.
9. Как находится производная функции, заданной: а) параметрически; б) неявно.
10. В чем состоит метод логарифмического дифференцирования функций?
11. Что называется дифференциалом функции? В чем состоит его геометрический смысл?
12. Сформулируйте основные свойства дифференциала функции. Напишите формулу для приближенного вычисления значения функции с помощью дифференциала этой функции.
13. Сформулируйте и докажите теоремы Роля, Лагранжа и Коши.
14. Каков геометрический смысл теоремы Роля, Лагранжа и Коши?
15. Выведите правило Лопиталля для раскрытия неопределенностей вида $0/0$.
16. Сформулируйте определение возрастающей и убывающей на отрезке. Функции. Выведите достаточный признак возрастания функции.
17. Сформулируйте: а) определение точки экстремума функции; б) два правила для нахождения экстремума функции.
18. Как найти наибольшее и наименьшее значение функции, дифференцируемой на отрезке? Всегда ли они существуют?
19. Дайте определение выпуклости, вогнутости графика функции.
20. Как найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба графика функции?
21. Что называется асимптотой графика функции?
Как находится: а) горизонтальная; б) вертикальная; в) наклонная асимптоты графика функции?
22. Какова общая схема исследования функции?

Раздел «Интегральное исчисление»

1. Дайте определение первообразной функции.
2. Что называется неопределенным интегралом? Каков его геометрический смысл?
3. Напишите таблицу основных интегралов.
4. Докажите простейшие свойства неопределенного интеграла.

5. Выведите формулу замены переменной в неопределенном интеграле.
6. Выведите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Укажите типы интегралов, вычисление которых целесообразно производить при помощи метода интегрирования по частям.
7. Изложите методы интегрирования простейших рациональных дробей.
8. Сформулируйте теорему о разложении многочлена на простейшие множители.
9. В чем состоит правило разложения правильной рациональной дроби в случае: а) простых действительных; б) действительных кратных; в) пары комплексно-сопряженных корней знаменателя?
10. Изложите методы нахождения интегралов вида:
- $$\int R(x, (ax + b)^p, (ax + b)^4, \dots, (ax + b)^n dx,$$
- где p, q, \dots, n - рациональные числа; R - рациональная функция.
11. Изложите метод нахождения интегралов вида:

$$\int (\sin x, \cos x) dx$$

где R — рациональная функция.

12. В чем состоит общая идея метода рационализации при интегрировании иррациональных и трансцендентных функций?
13. Что называется определенным интегралом? Докажите его свойства?
14. Каков геометрический и механический смысл определенного интеграла?
15. Какие геометрические и механические приложения определенного интеграла Вы знаете?
16. Докажите теорему о среднем для определенного интеграла и выясните ее геометрический смысл.
17. Выведите формулу Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла?
18. Выведите формулу замены переменной в определенном интеграле?
19. Выведите формулу интегрирования по частям для определенного интеграла.
20. Что называется несобственным интегралом? Какие виды несобственных интегралов Вам известны? Как они вычисляются?

Критерии оценивания

- правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);
- полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);
- сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);
- логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);
- использование дополнительного материала;
- рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется затянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей обучающихся).

Шкала оценивания

Баллы для учета в рейтинге (оценка)	Степень удовлетворения критериям
86-100 баллов «отлично»	Обучающийся полно и аргументировано отвечает по содержанию вопроса (задания); обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно.
71-85 баллов «хорошо»	Обучающийся достаточно полно и аргументировано отвечает по содержанию вопроса (задания); обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно. Допускает 1-2 ошибки, исправленные с помощью наводящих вопросов.
56-70 баллов «удовлетворительно»	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.
менее 56 баллов «неудовлетворительно»	Обучающийся обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание (вопрос), допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Отмечаются такие недостатки в подготовке обучающегося, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

Комплект заданий для проверочных работ

Раздел «Линейная алгебра»

<p>Вариант №1</p> <p>1. Решить систему линейных уравнений</p> $\begin{cases} x + y - 3z = 0, \\ 3x + 2y + 2z = -1, \\ x - y + 5z = 2. \end{cases}$ <p>2. Даны матрицы A и B. Найти C=2A-3B, D=AB</p> $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 8 & 1 & 5 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ <p>3. Найти матрицу обратную данной A=</p> $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	<p>Вариант №2</p> <p>1. Решить систему линейных уравнений</p> $\begin{cases} x + 2y - 3z = 1, \\ 2x - 3y - z = -7, \\ 4x + y - 2z = 0. \end{cases}$ <p>2. Даны матрицы A и B. Найти C=5A-2B, D=BA</p> $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & -4 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ <p>3. Найти матрицу обратную данной</p> $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
<p>Вариант №3</p> <p>1. Решить систему линейных уравнений</p> $\begin{cases} 2x + 3y + z = 1, \\ x + y - 4z = 0, \\ 4x + 5y - 3z = 1. \end{cases}$ <p>2. Даны матрицы A и B. Найти C=3B-2A, D=AB</p> $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 8 & 1 & 5 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ <p>3. Найти матрицу обратную данной</p> $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$	<p>Вариант №4</p> <p>1. Решить систему линейных уравнений</p> $\begin{cases} 3x - y + 4z = 2, \\ x + 2y + 3z = 7, \\ 5x + 3y + 2z = 8. \end{cases}$ <p>2. Даны матрицы A и B. Найти C=3A-2B, D=AB</p> $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & -4 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ <p>3. Найти матрицу обратную данной</p> $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

Раздел «Аналитическая геометрия»

	Вариант	
<p>Даны координаты вершин треугольника ABC. Найти:</p> <ol style="list-style-type: none"> длину стороны AB; уравнения сторон AB и BC; угол при вершине A; уравнение высоты CE; длину высоты CE. 	<p>1 2 3 4 5 6 7 8 9 10</p>	<p>A(1;4), B(10;-8), C(15;2). A(-1;3), B(8;-9), C(13;1). A(-2;13), B(7;1), C(12;11). A(-10;12), B(-1;0), C(4;10). A(-6;11), B(3;-1), C(8;9). A(-3;9), B(6;-3), C(11;7). A(-4;12), B(5;0), C(10;10). A(-5;6), B(4;-6), C(9;4). A(-5;11), B(4;-1), C(9;9). A(-3;9), B(6;-3), C(11;7).</p>

Раздел «Введение в математический анализ»

Вариант № 1	Вариант № 2	Вариант № 3
<p>1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$</p> <p>2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{4x^2 + x - 2}$</p> <p>3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{tg 2x}$</p>	<p>1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{5x^2 + 4x - 1}$</p> <p>2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x - x^2}{4x^2 - 5x + 2}$</p> <p>3. $\lim_{x \rightarrow 0} tg 7x ctg 4x$</p>	<p>1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 10x + 8}{x^2 - 4}$</p> <p>2. $\lim_{x \rightarrow 0} tg 5x ctg 4x$</p> <p>3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 2x}{3x + 1}$</p>

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x+3}$	4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{4x}$	4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+1} \right)^{2x+2}$
5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{x-2}$	5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x} - 1}{x^2 - 1}$	5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{x-2}$

Раздел «Дифференциальное исчисление»

Вариант 1

Найти производные функций

1.

а) $y = x^2 \sqrt{2-3x}$ б) $y = \cos 2x + 3$
 в) $y = \ln \sin(2x+5)$ г) $y = 3 \operatorname{arctg}^{-2} 3x$
 д) $y = x^{2\sqrt{x}}$ е) $\operatorname{tg}(y-x) = 5xy$

2.

а) $\begin{cases} x = \cos 2t \\ y = \sin 2t \end{cases}$ б) $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$

3. Найти предел, применяя правило Лопитала

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{x^3 - 12x + 16}$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 2x$

Вариант 2

Найти производные функций

1.

а) $y = 2^3 \sqrt{4x+3}$ б) $y = \frac{4 \sin 2x}{\cos 3x}$
 в) $y = 3 \ln^{-2} 3x$ г) $y = x^2 \cdot \operatorname{arctg} e^{2x}$
 д) $y = x^{\operatorname{ctg} 3x}$ (2 балл) е) $y^3 + x^3 = 3xy$

2.

а) $\begin{cases} x = \sqrt{t^2 - 3} \\ y = \ln t \end{cases}$ б) $\begin{cases} x = \sqrt{t-1} \\ y = \frac{1}{t} \end{cases}$

3. Найти предел, применяя правило Лопитала

а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{x} \cdot \ln x$

Раздел «Интегральное исчисление»

Вариант №1

1. Найти интегралы

а) $\int e^{x^2+3} x dx$; б) $\int x \sin 2x dx$; в) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^3}}$; г) $\int x e^{3x} dx$; д) $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$;

2. Вычислить интегралы: а) $\int_0^5 x \sqrt{1+x^2} dx$; б) $\int_{-2}^0 x^2 e^{-x/2} dx$; в) $\int_0^2 (2x+7)^7 dx$

г) $\int_0^2 (\sqrt{x} + 4x^3) dx$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) $xy = 6, x + y - 7 = 0$ б) $y = x^2 + 4x, y = x + 4$.

Вариант №2

1. Найти интегралы

а) $\int \arcsin x dx$. б) $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x + 3}}$; в) $\int x^2 \ln x dx$ г) $\int \frac{e^{2x} dx}{4 + e^{2x}}$; д) $\int \arccos 2x dx$.

2. Вычислить интегралы: а) $\int_0^{12\sqrt{3}} \frac{12x^2 dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$. б) $\int_{-1/2}^0 x e^{-2x} dx$. в) $\int_0^2 (\sqrt{x} + 4x^3) dx$

г) $\int_1^2 (3x - \frac{4}{x^2}) dx$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) $y = x^2, y = 2 - x^2$ б) $y^2 = 9x, y = 3x$.

Критерии оценивания:

- правильность выполнения заданий;
- степень усвоения теоретического материала;

Шкала оценивания проверочных работ

Баллы для учета в рейтинге (оценка)	Степень удовлетворения критериям
86-100 баллов «отлично»	Выполнены все задания,
71-85 баллов «хорошо»	Выполнены все задания;
56-70 баллов «удовлетворительно»	Выполнены все задания с замечаниями;
менее 56 баллов «неудовлетворительно»	Обучающийся не выполнил или выполнил неправильно задания;

Комплект заданий для семинарских занятий

Тема: Матрицы. Действия над матрицами.

Вопросы:

5. Определение матрицы. Виды матриц.
6. Умножение матрицы на число. Алгебраическая сумма матриц.
7. Транспонирование матриц.
8. Умножение матриц. Не коммутативность произведения.

Практические задания:

1. Транспонировать матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$, $(2 \ 3 \ 5)$, $\begin{pmatrix} 1 & 23 \\ 4 & 56 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$.

2. Умножить матрицу на число $2 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

3. Сложение и вычитание матриц

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}, 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 15 & -4 & 12 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 7 & 9 \\ 9 & 5 \end{pmatrix} - 5 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & 0 \\ -13 & -1 \\ 24 & 5 \end{pmatrix}, -2 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 0 & 5 \\ -2 & -3 & -1 \\ 2 & 6 & -3 \end{pmatrix}.$$

4. Умножение матриц

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 6 & 1 & 1 \\ 8 & -1 & 4 \end{pmatrix};$$

5. Для заданной матрицы A вычислить $E + A + A^2 + A^3$:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Тема: Определители.

Вопросы:

5. Определители второго порядка.
6. Определители третьего порядка. Правило треугольников. Правило Сарруса.
7. Применение основных свойств вычисления определителей для квадратных матриц произвольной размерности.
8. Алгебраические дополнения. Формула Лапласа.

Практические задания:

1. Вычислить determinant матриц по определению:

$$1) \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1; \quad 2) \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -10; \quad 3) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 12; \quad 4) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 7 & 2 & 2 \\ 6 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 72; \quad 5) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 5.$$

2. Вычислить определители по правилу Сарруса:

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 7 & 5 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 10; \quad 2) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3; \quad 3) \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0; \quad 4) \begin{vmatrix} 7 & 0 & 7 \\ 5 & -1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 7; \quad 5) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \\ 4 & 6 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

Тема: Обратная матрица. Ранг матрицы

Вопросы:

5. Обратная матрица. Корректность постановки задачи. Алгоритм построения.
6. Главный минор матрицы. Ранг матрицы.
7. Вычисление ранга: метод элементарных преобразований; метод окаймляющих миноров.
8. Обратная матрица. Алгоритм поиска.

Практические задания:

1. Найти обратные матрицы

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}; \quad 2) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 7 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

2. Используя обратную матрицу, найти неизвестную матрицу X из матричного уравнения.

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 2 & -23 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}; \quad 2) X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -4 & 5 & -2 \\ -5 & 3 & 0 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \\ 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

3. Определите ранг следующих матриц:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad r=2; \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \quad r=2; \quad 3) \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad r=3;$$

$$4) \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix} \quad r=2; \quad 5) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 4 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad r=2; \quad 6) \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & -2 & 1 \\ 4 & -2 & 2 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix} \quad r=3;$$

Тема: Решение систем линейных уравнений правилом Крамера. Матричным способом.

Вопросы:

3. Понятие решения системы линейных алгебраических уравнений.
4. Матричный метод решения.
5. Формулы Крамера.

Практические задания: Решить системы уравнений матричным методом и по формулам

Крамера.

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases} x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}; \quad 2) \begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -6 \end{cases} x = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$3) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases} x = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad 4) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases} x = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix};$$

Тема: Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса

Вопросы:

1. Алгоритм метода Гаусса.
2. Решение в случае определенности системы.
3. Бесконечное множество решений.

Практические задания:

1. Решить системы уравнений методом Гаусса.

$$1) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 4 \end{cases} x = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}; 2) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases} x = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix};$$

Тема: Прямая линия на плоскости

Вопросы:

1. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
3. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
4. Уравнение прямой в отрезках.
5. Нормальное уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку перпендикулярно известному вектору.
6. Общее уравнение прямой. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
7. Расстояние от точки до прямой.

Практические задания:

2. Даны четыре точки на плоскости: $A(-4; -4)$, $B(-3; 2)$, $C(2; 5)$, $D(3; -2)$. Найти угол между векторами \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{BD} . $\left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$.
3. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(1; 2)$ параллельно вектору $\vec{a} = \overline{(4; 3)} \left[\overline{(2; 0)} \right]$. $\{ / 3x - 4y + 5 = 0, / y = 2 / \}$.
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(1; -1)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = \overline{(-1; 1)}$. $\{ x - y - 2 = 0 \}$.
5. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2; -3)$ перпендикулярно оси абсцисс. $\{ x = 2 \}$.
6. Вычислить угол между прямыми $x - 2y + 1 = 0$ и $2x + y - 3 = 0$. $\left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$.

Тема: Плоскость в пространстве. Прямая в пространстве

Вопросы:

1. Общее уравнение плоскости. Исследование общего уравнения.
2. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно вектору.
3. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
4. Взаимное расположение плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.

Практические задания:

1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-2; 3; 1)$:
 - a. Параллельно плоскости Oxy ; $\{ z - 1 = 0 \}$
 - b. Ось Oy . $\{ x + 2z = 0 \}$

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через:

a. Точку $A(5; -4; 6)$, перпендикулярно оси Ox ;

$$\{x - 5 = 0\}$$

b. Параллельной оси Oz и проходящей через точки $M_1(3; -1; 2)$ и $M_2(-1; 2; 5)$.

$$\{3x + 4y - 5 = 0\}.$$

Тема: Предел функции. Основные теоремы о пределах. Методы раскрытия неопределенностей при вычислении пределов

Вопросы:

4. Предел функции в точке по Коши.
5. Основные теоремы о пределах. Основные приемы раскрытия неопределенностей.
6. Бесконечно большие и бесконечно малые функции.

Практические задания:

Вычислить следующие пределы:

Тема: Замечательные пределы. Эквивалентность бесконечно больших и бесконечно малых функций. Непрерывность функций. Точки разрыва, их классификация

Вопросы:

6. Первый замечательный предел.
7. Второй замечательный предел.
8. Использование эквивалентности функций при вычислении пределов.
9. Непрерывность функций.
10. Точки разрыва, их классификация.

Практические задания:

Вычислить следующие пределы:

7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6}$ Ответ: 4	8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} - 1}{x}$ Ответ: -1	9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{5x}$ Ответ: e^{-5}
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{3x}$ Ответ: e^6	11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^{2x}$ Ответ: e^{-2}	12. $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 2x$ Ответ: $\frac{1}{2}$
13. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin \frac{1}{x}$ Ответ: 1	14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x)}{\sin 2x}$ Ответ: -1/2	15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 2x^2 + x^3}{x^2 - 3x + 4}$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x \cdot \sin^2 x}$ Ответ: $\frac{1}{2}$	17. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{5/x}$ Ответ: e^{-15}	18. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{2}\right)^{7/x}$ Ответ: $e^{7/2}$

Тема: Производная. Основные правила дифференцирования. Методы дифференцирования. Производные сложных, неявных функций.

Вопросы:

6. Техника дифференцирования. Производная функции в точке.
7. Дифференцирование неявно заданной функции.
8. Уравнение касательной к графику функции в заданной точке.
9. Логарифмическое дифференцирование.
10. Производная параметрически заданных функций.

Практические задания:

1. Найти производные функций и вычислить их значение при $x=x_0$:

3. $y(x) = x^4 + 3x^2 - 2x + 1$, $x_0 = 1$, $x_0 = -2$; 4. $y(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 12})$, $x_0 = 2$;

5. $y(x) = x^2 - \frac{1}{2x^2}$, $y'(2) - y'(-2)$; 6. $y(x) = \sin(x)e^{\cos(x)}$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$;

2. Найти производные функций:

5) $y(x) = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + 4$;

8) $y(x) = \cos^2 x + \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}$;

6) $y(x) = \frac{\cos x}{1 + 2 \sin x}$;

9) $y(x) = x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2)$;

7) $y(x) = x^4 (8 \ln^2 x - 4 \ln x + 1)$;

8) $y(x) = e^{\arcsin x}$;

9) $y(x) = \sqrt{1 - x^2} \arccos x$;

10) $y(x) = \frac{\ln \cos x}{\cos x}$;

11) $y(x) = \ln \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 x}$;

3. Найти производные неявно заданных функций:

1) $x^2 + y^2 = 1$;

3) $x^2 - xy + \ln y = 2$ в точке (2;1);

2) $x^2 + xy + y^2 = 6$;

4) $e^x \sin y - e^{-y} \cos x = 0$.

4. Геометрическое приложение производной:

6) Составить уравнение касательной к кривой $y = \frac{8}{4 + x^2}$ в т. $x_0=2$; в точке пересечения с осью Oy .

7) Составить уравнение касательной к кривой $y = x^2 - 2x$ в точках пересечения её с прямой $3x + y - 2 = 0$.

8) Составить уравнение касательной к кривой $y = x \ln(x + e)$ в т. $x_0=2$.

9) Составить уравнение касательной к кривой $y = \frac{x}{x + 2}$ в точке пересечения с осью Oy .

10) В каких точках касательная к графику функции $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 7x - 4$ образует с осью Ox угол в 45° .

Тема: Основные теоремы дифференциального исчисления. Дифференциал функции. Правило Лопиталья

Вопросы:

5. Теоремы Ферма, Роля, Лагранжа, Коши.

6. Дифференциал функции.

7. Приложение дифференциала в приближенных вычислениях.

8. Правило Лопиталья – Бернулли раскрытия неопределенностей вида $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$.

Практические задания:

1. Используя приложение дифференциала вычислить приближенно значение функции:

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x)\Delta x$$

4) $\sqrt[4]{16,64}$;	9) $\ln(e + 0,272)$;
5) $\operatorname{tg}46^\circ$;	10) $\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{0,99}{1,01}}$;
6) $\sqrt{0,95}$;	11) $\ln(0,1 + \sqrt{0,1^2 + 1})$;
7) $e^{1,03}$;	12) $f(2,01)$, где $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$;
8) $\sqrt[5]{255,15}$;	13) $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$, $x = 0$, $\Delta x = -0,01$.

2. Вычислить пределы, используя правило Лопиталья – Бернулли раскрытия неопределенностей вида

$$\left[\frac{0}{0}\right], \left[\frac{\infty}{\infty}\right]:$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^3 - x + 16}$;	10) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}$;	11) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4} = \frac{8}{3}$
4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 + 3x - 10}$;	12) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}$;	13) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 7x + 6}{6 - x - x^2} = -\frac{1}{5}$
5) $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x$;	14) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^x}{1 - x}$;	15) $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$
6) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$;	16) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x \ln x - \sqrt{x + x^2})$	17) $\lim_{x \rightarrow 0} x^x = 1$
7) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{2x^2 + 5x - 3} = -\frac{27}{7}$	18) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x}{x^4 - 3x^2 + 1} = 0$	19) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 6}{x^3 + 8} = \frac{1}{4}$

Тема: Исследование функции с помощью производной.

Вопросы:

- Исследование функции на монотонность и экстремумы.
- Определение наибольшего и наименьшего значений функции на заданном отрезке.
- Определение интервалов выпуклости. Точки перегиба.

Практические задания:

1. Исследовать на монотонность и найти экстремумы функции:

5) $y(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 4$;	6) $y(x) = x \ln^2 x$;
7) $y(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3}$;	8) $y(x) = \frac{e^x}{x}$;
9) $y(x) = \frac{2}{1 + x^2}$;	10) $y(x) = 2x + 3\sqrt[3]{x^2}$;

11) $y(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 4;$	12) $y(x) = \ln(2 - \cos x);$
13) $y(x) = \frac{x^3}{1+x^2};$	14) $y(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}.$

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на указанном интервале:

3. $y(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 5, \quad [0;5];$	7. $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1, \quad [-1;2];$
4. $y(x) = x^3 - 1,5x^2 - 6x + 1, \quad [-2;0];$	8. $y(x) = \cos^2 x + \sin x, \quad [0; \frac{\pi}{4}];$
5. $y(x) = 3x^2 - 6x, \quad [0;3];$	9. $y(x) = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}, \quad [1;6];$
6. $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 2x)^2}, \quad [0;3];$	10. $y(x) = x + \frac{1}{x}, \quad (0; +\infty).$

Тема: Неопределенный интеграл.

Вопросы:

5. Табличное интегрирование. Основные правила интегрирования. Метод разложения.
6. Подведение под знак дифференциала.
7. Интегрирование методом подстановки.
8. Формула интегрирования по частям.

Практические задания:

1. Вычислить интегралы, используя таблицу:

5) $\int \frac{dx}{9x^2 - 1};$	6) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x};$
7) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 1}};$	8) $\int \frac{x^2 dx}{x^2 + 4};$
9) $\int \frac{(2\sqrt{x} + 1)^2 dx}{x\sqrt{x}};$	10) $\int \frac{(x^2 - 3x + 5)dx}{\sqrt{x}};$
11) $\int \frac{(x^2 - 16)dx}{\sqrt{x} + 2};$	12) $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx;$
13) $\int \operatorname{tg}^2 x dx;$	14) $\int \frac{x^4 dx}{x^2 - 1}.$

2. Вычислить интегралы, используя метод подстановки [замену переменной].

$$\int f(x)dx = \int f(\phi(t))\phi'(t)dt$$

9) $\int \frac{x dx}{(1-x^2)^3};$	10) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x+16};$
11) $\int x^2 \sin(x^3 + 1) dx;$	12) $\int \frac{\ln x dx}{x};$

13) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-5}}$;	14) $\int \sin^4 x dx$;
-------------------------------------	--------------------------

3. Найти интегралы, используя формулу интегрирования по частям:

$$\int u dv = uv - \int v du$$

7) $\int x e^x dx$;	8) $\int \ln^2 x dx$;
9) $\int x \sin x dx$;	10) $\int \sin(\ln x) dx$;
11) $\int \ln x$;	12) $\int (x^2 - 4x + 1)e^{-x} dx$;
13) $\int \arcsin x dx$;	14) $\int \operatorname{arctg} x dx$.
15) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$;	16) $\int \frac{x^2 dx}{(x^2 - 1)^2}$;

Тема: Определенный интеграл.

Вопросы:

5. Вычисление определенного интеграла.
6. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Интегрирование подстановкой.
8. Формула интегрирования по частям.

Практические задания:

1. Используя формулу Ньютона – Лейбница $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, вычислить следующие определенные интегралы, при необходимости используя подстановку:

4) $\int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 2x + 1) dx = 5$	12) $\int_1^5 \frac{x dx}{x^2 + 1}$
5) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \sin x \right) dx = 2$	6) $\int_2^5 \frac{dx}{2x - 3}$

2. Используя формулу интегрирования по частям $\int_a^b u dv = uv|_a^b - \int_a^b v du$, вычислить следующие интегралы:

3) $\int_0^{\pi} x \sin x dx = \pi$	8) $\int_1^e \frac{\ln^3 x}{x^2} dx = \frac{6e - 16}{e}$
4) $\int_0^1 \operatorname{arctg} x dx = \frac{\pi - \ln 4}{4}$	9) $\int_1^{e^2} \ln^2 x dx = 2e^2 - 2$
5) $\int_0^{0.2} x e^{5x} dx = 0,04$	10) $\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \sin \sqrt{x} dx = 2$

Тема: Приложения определенного интеграла.

Вопросы:

1. Приложения определенного интеграла.
2. Вычисление площади плоской фигуры.
3. Вычисление длины дуги плоской кривой.
4. Объемы тел вращения.
5. Приближенное вычисление определенного интеграла

Практические задания:

1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:

1) $y = x^2 - 2, \quad y = x; \quad S = 4,5$	8) $y = x^2 + 1, \quad y = 3 - x, \quad x = 0$
2) $y = -x^2, \quad y = x - 2, \quad y = 0; \quad S = 5/6$	9) $y = x, \quad y = 1 - \sqrt{1 - x^2}; \quad S = \pi/2 - 1$

Критерии оценивания:

- правильность выполнения заданий;
- степень усвоения теоретического материала;

Шкала оценивания

Баллы для учета в рейтинге (оценка)	Степень удовлетворения критериям
85-100 баллов	Все задачи решены верно, теоретический материал усвоен
71-84 балла	Задачи решены частично, теоретический материал усвоен
56-70 баллов	Задачи решены частично ошибками, теоретический материал усвоен
0-55 баллов	Задачи решены с ошибками, теоретический материал не усвоен

Кейс задания

Тема: Линейная алгебра и аналитическая геометрия

Задача 1.

Предприятие выпускает продукцию двух сортов. При этом используется сырье двух типов: S_1 и S_2 .

Нормы расхода каждого из них на одно изделие и объем расхода сырья на 1 день заданы таблицей:

Нормы расхода сырья на одно изделие, усл.ед.	Вид сырья	
	S_1	S_2
I сорт	5	2
II сорт	4	1
Расходы сырья на 1 день, усл.ед.	1050	300

Пусть ежедневный объем выпуска продукции составляет x_1 и x_2 соответственно, тогда математическая модель для нахождения ежедневного выпуска каждого сорта может иметь вид ...

Варианты ответов:

$$1) \begin{cases} 5x_1 + 4x_2 = 1050 \\ 2x_1 + x_2 = 300 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5x_1 + 4x_2 = 300 \\ 2x_1 + x_2 = 1050 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1050 \\ 4x_1 + 5x_2 = 300 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 300 \\ 4x_1 + 5x_2 = 1050 \end{cases}$$

Задача 2.

В городском парке установлены две осветительные установки A и B , расположенные на расстоянии $d = 120$ метров друг от друга. Устройство этих установок таково, что наилучшая освещенность на поверхности парка достигается в точках, отстоящих в два раза дальше от установки A , чем от установки B . Через все такие точки проложили пешеходную дорожку. Если ввести систему координат так, чтобы начало координат совпадало с расположением установки A , а ось Ox была направлена в сторону установки B (см. рисунок), то

1. уравнение линии, на которой расположены все такие точки, может быть записано в виде

$$3x^2 - 4 \cdot 240x + 3y^2 + 4 \cdot 120^2 = 0 \qquad 4x^2 - 4 \cdot 240x + 4y^2 + 4 \cdot 120^2 = 0$$

$$(x - 160)^2 + y^2 = 80^2$$

$$(x - 150)^2 + y^2 = 90^2$$

2. Пусть L – длина пешеходной дорожки, которую проложили через все такие

точки. Тогда значение выражения $\frac{L}{\pi}$ равно ...

Задача 3:

В городском парке установлены две осветительные установки A и B , расположенные на расстоянии $d = 150$ метров друг от друга. Устройство этих установок таково, что наилучшая освещенность на поверхности парка достигается в таких точках M , для которых выполняется

условие: Через все такие точки проложили пешеходную дорожку. Если ввести систему координат так, чтобы начало координат совпадало с расположением установки A , а ось Ox была направлена в сторону установки B (см. рисунок), то

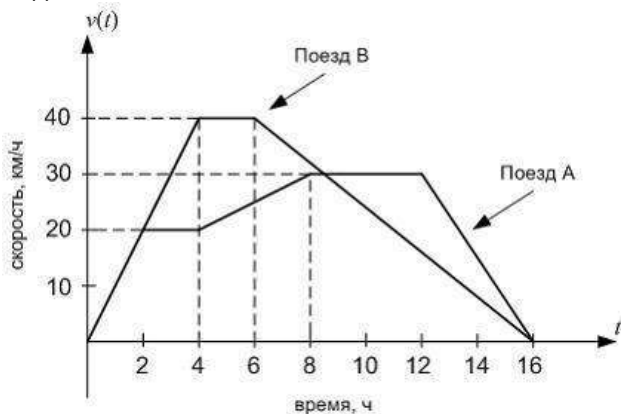
1. Уравнение линии, на которой расположены все такие точки, может быть записано в виде ...

2. Пусть L – длина пешеходной дорожки, которую проложили через все

такие точки. Тогда значение выражения $\frac{\sqrt{6} \cdot L}{\pi}$ равно ...

Тема: Дифференциальное исчисление

Задача 1



Три поезда А, В и С движутся прямолинейно в течение 16 часов. Графики скоростей поездов А и В (в км/ч) изображены на рисунке и состоят из

отрезков прямых. Скорость поезда С задана уравнением

$$v(t) = 8t - 0,25t^2.$$

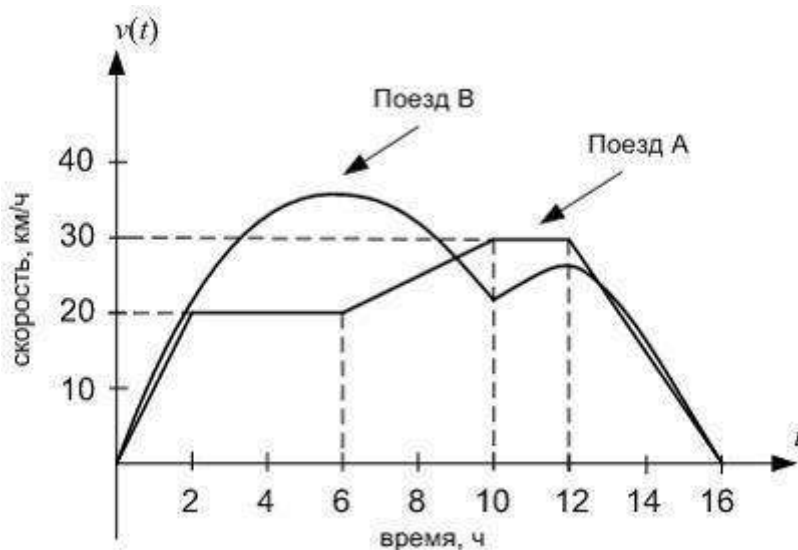
1. Сумма скоростей поездов А и С в момент времени

$$t = 6 \text{ ч} \text{ равна } \dots$$

2. Сумма ускорений поездов В и С в момент времени

$$t = 12 \text{ ч} \text{ равна } \dots$$

Задача 2:



Три поезда А, В и С движутся прямолинейно в течение 16 часов. На рисунке изображены графики скоростей поездов А и В (в км/ч). График скорости поезда А состоит из отрезков прямых, а график скорости поезда В – из участков парабол с вершинами в

точках

$$t = 6, v = 36$$

$$t = 12, v = 26$$

Скорость поезда С задана уравнением

1. Сумма скоростей поездов А и В в момент времени

$$t = 8 \text{ ч} \text{ равна } \dots$$

2. Если a_1 – ускорение поезда В, а $t = 14$ ч, то значение выражения

$$\frac{a_2}{a_2 - 3a_1} \text{ равно } \dots$$

Тема: Интегральное исчисление

Задача 1:

Для уборки снега на улицах города используются снегоуборочные машины. Они работают в течение суток с постоянной скоростью уборки $400 \text{ м}^3 / \text{ч}$. Изменение объема снега, выпадающего на улицы города в городе

в течение суток, можно описать уравнением $\frac{dS}{dt} = 620 - 20t$, где $S(t)$ – объем снега (в м^3), выпавшего за время t (в часах) $0 \leq t \leq 24$. В момент времени $t = 0$ на улицах города лежит 1000 м^3 снега.

Если $V(t)$ – объем снега, лежащего на улицах города в момент времени t ,

а) то математическая модель для нахождения $V(t)$ может иметь вид ...

б) Установите соответствие между временем t и объемом снега, лежащего на улицах города

1. Объем снега, лежащего на улицах города в момент времени $t = 6$
 2. часов

3. Объем снега, лежащего на улицах города в момент времени $t = 12$ часов

1960 2200 1900 2100 2160

в) Если снегоуборочные машины прекратили свою работу в момент времени $t = 18$ и до конца суток не работали, то объем снега, лежащего на улицах города, в конце дня ($t = 24$ ч) будет равен _____ м^3 .

Задача 2:

Во время весеннего паводка изменение объема поступающей в озеро воды в течение суток

можно описать уравнением $\frac{dS}{dt} = 10 + 4t$, где $S(t)$ – объем поступившей в озеро воды (в м^3) за время t (в часах) $0 \leq t \leq 24$.

Для того чтобы уровень воды в озере не превысил предельный уровень, оборудован сток воды из озера с постоянной скоростью $58 \text{ м}^3 / \text{ч}$.

В момент времени $t = 0$ объем воды в озере составил 30000 м^3 .

Если $V(t)$ – объем воды в озере в момент времени t , то

а) математическая модель для нахождения $V(t)$ может иметь вид ...

б) Установите соответствие между временем t и объемом воды в озере $V(t)$.

1. Объем воды в озере в момент времени $t = 6$ часов

2. Объем воды в озере в момент времени $t = 16$ часов

29784

29744

29754

29764

29774

в) $t = 24$ в момент времени $t = 18$ сток воды из озера был перекрыт и до конца суток вода из озера не вытекала, то объем воды в озере в конце дня (ч) будет равен m^3 .

Тема: Основные понятия теории вероятностей и математической статистики

Задача 1: Брак при производстве некоторого изделия вследствие

дефекта D составляет 11%, а вследствие дефекта E – 12%. Процент годной продукции составляет 86%.

Пусть p – вероятность того, что случайно взятое изделие будет признано бракованным как вследствие дефекта D , так и вследствие дефекта E .

а) Тогда значение $100p$ равно ...

б) Вероятность того, что среди продукции, забракованной вследствие дефекта D , окажется и продукция, забракованная вследствие дефекта E , равна ...

в) Установите соответствие между объемом N произведенной продукции и наиболее вероятным количеством изделий, бракованных только вследствие дефекта D .

1. $N = 100$

2. $N = 200$

3. $N = 500$

Задача 2:

Брак при производстве некоторого изделия вследствие дефекта D составляет 12%, а вследствие дефекта E – 13%. Процент годной продукции составляет 85%. Пусть p – вероятность того, что случайно взятое изделие будет признано бракованным как вследствие дефекта D , так и вследствие дефекта E .

а) Тогда значение $100p$ равно ...

б) Вероятность того, что среди продукции, забракованной вследствие дефекта D , окажется и продукция, забракованная вследствие дефекта E , равна ...

в) Установите соответствие между объемом N произведенной продукции и наиболее вероятным количеством изделий, бракованных только вследствие дефекта D .

1. $N = 100$

2. $N = 300$

3. $N = 600$

Задача 3:

Известен следующий прогноз X (в %) выполнения плана рабочим:

X	90	100	110	120
p	0,2	0,5	0,2	0,1

За каждый процент перевыполнения плана полагается премия 60 руб., а за каждый процент невыполнения плана – штраф в размере 90 руб.

а) Составьте закон распределения вероятностей случайной величины Y – размера премии (в руб.) работника;

б) Математическое ожидание премии равно _____ руб.

в) Установите соответствие между максимально возможной суммой штрафа и математическим ожиданием размера премии.

1. 500 руб.
2. 800 руб.
3. 1000 руб.

Задача 4:

Известен следующий прогноз X (в %) выполнения плана рабочим:

X	90	100	110	120
P	0,2	0,5	0,2	0,1

За каждый процент перевыполнения плана полагается премия 50 руб., а за каждый процент невыполнения плана – штраф в размере 80 руб.

а) Составьте закон распределения вероятностей случайной величины Y – размера премии (в руб.) работника;

б) Математическое ожидание премии равно _____ руб.

в) Установите соответствие между максимально возможной суммой штрафа и математическим ожиданием размера премии.

1. 300 руб.
2. 500 руб.
3. 900 руб.

Критерии оценивания:

- правильность выполнения заданий;
- степень усвоения теоретического материала;

Шкала оценивания

Баллы для учета в рейтинге (оценка)	Степень удовлетворения критериям
85-100 баллов	Все задачи решены верно, теоретический материал усвоен
71-84 балла	Задачи решены частично, теоретический материал усвоен
56-70 баллов	Задачи решены частично ошибками, теоретический материал усвоен
0-55 баллов	Задачи решены с ошибками, теоретический материал не усвоен